

Релятивистская теория флуктуационно-электромагнитного взаимодействия движущихся нейтральных частиц с плоской поверхностью

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет,
360004 Нальчик, Россия

E-mail: gv_dedkov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 28 января 2003 г.)

В релятивистской постановке с использованием методов флуктуационной электродинамики рассмотрен вопрос о флуктуационно-электромагнитном взаимодействии нейтральной частицы, движущейся параллельно границе полубесконечной однородной и изотропной среды, характеризующейся диэлектрической и магнитной проницаемостями, зависящими от частоты. Температуры частицы и среды в общем случае различны. Получены общие выражения для консервативных (нормальных к границе среды) и неконсервативных (тангенциальных) сил взаимодействия между частицей и средой, а также для скорости теплового нагрева (охлаждения) частицы. В нерелятивистском пределе ($c \rightarrow \infty$) полученные формулы совпадают с известными в литературе нерелятивистскими аналогами. Показано, что тангенциальная сила, действующая на движущуюся частицу, может быть как замедляющей, так и ускоряющей. Может также реализоваться ситуация нагрева горячей движущейся частицы и остывания холодной среды. Численно проанализирован случай взаимодействия хорошо проводящих среды и частицы. Исследована асимптотика радиационных вкладов в тепловой поток и тангенциальную силу. Показано, что учет релятивистских эффектов приводит к значительному возрастанию тангенциальной силы и теплового потока в области расстояний, превышающих $1 \mu\text{m}$ (по сравнению с нерелятивистским расчетом), однако ход соответствующих зависимостей является монотонно убывающим во всем рассмотренном диапазоне расстояний (от нуля до нескольких сотен микрон).

Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие (ФЭВ) между нейтральными телами обусловлено квантовыми и тепловыми флуктуациями поляризации и намагниченности, порождающими флуктуационное электромагнитное поле внутри и вне тел. Следствием ФЭВ являются консервативные силы Ван-дер-Ваальса [1–3] и Казимира [3–6], тангенциальные (неконсервативные) силы [7–14], эффекты теплообмена [15–18] и ряд других интересных явлений [6].

Цель настоящей работы — развитие последовательной релятивистской теории для расчета скорости нагрева и флуктуационной силы, действующей на малую нейтральную сферическую частицу при ее движении в вакууме параллельно плоской границе поляризующейся среды. При этом мы рассматриваем как консервативную (нормальную), так и неконсервативную (тангенциальную) компоненты силы ФЭВ.

Состояние нерелятивистской проблемы было освещено в нашем обзоре [14], а краткое изложение релятивистских результатов — в [19,20]. В строго релятивистской формулировке вычисление динамической силы ФЭВ между малой частицей и поверхностью, по-видимому, впервые было сделано в нашей работе [21], где приведены общие формулы для нормальной и тангенциальной проекций флуктуационной силы. В аналогичной работе [22] авторы ограничились случаем нерелятивистской относительной скорости V и получили (в линейном порядке по V) для тангенциальной силы зависимость $F_x \sim V/c^2$ (c — скорость света в вакууме).

Ранее авторами [8–10] рассматривалась родственная задача о тангенциальных силах ФЭВ между двумя полубесконечными средами, разделенными плоским вакуумным зазором, но полученные в этих работах формулы не согласуются как между собой, так и с соответствующими нерелятивистскими аналогами при $c \rightarrow \infty$ [11,12], поскольку в этом пределе из них получается нулевая тангенциальная сила в линейном приближении по скорости. Заметим, что авторы [11,12] учитывали эффекты запаздывания, ограничиваясь нерелятивистским относительным движением. После определенной модификации из выражения для тангенциального напряжения между полубесконечными средами была получена формула для взаимодействия малой частицы и плоской поверхности [12].

В отличие от указанных работ формулы, полученные нами в [19–21], при $c \rightarrow \infty$ полностью совпадают с нерелятивистскими не только в линейном приближении по V . В результате достигнуто существенное продвижение в описании динамических ФЭВ в целом, несмотря на то что релятивистское решение задачи о взаимодействии малой частицы с поверхностью не может быть автоматически распространено на случай другой геометрии, и в частности геометрии двух полубесконечных сред (и наоборот).

Используемый нами метод расчета основан на уравнениях классической и флуктуационной электродинамики (включающих спонтанные и индуцированные компоненты полей и токов, порождаемых флуктуациями) и фор-

мализме флуктуационно-диссипационных соотношений, причем в ходе вычислений не делается никаких дополнительных упрощений.

Работа имеет следующую структуру: в разд. 1 дается постановка задачи и получены общие формулы для расчета сил и тепловых эффектов; в разд. 2 проводится нерелятивистское рассмотрение, демонстрирующее сущность применяемого метода (получаемые результаты необходимы для более глубокого понимания релятивистского подхода); в разд. 3 получено регулярное решение уравнений Максвелла для индуцированных компонент электромагнитного поля, порождаемых движущейся частицей в вакуумной области; в разд. 4 получены релятивистские выражения для корреляторов физических величин и компонент запаздывающих гриновских функций излучения в среде; в разд. 5 приведены результирующие формулы для флуктуационной среды и скорости теплового нагрева частицы; в разд. 6 рассмотрены результаты численного анализа; в заключение приведены основные выводы. Некоторые технические детали вычислений вынесены в Приложения. Всюду используется гауссова система единиц.

1. Постановка задачи и основные формулы

Рассмотрим малую нейтральную сферическую частицу, движущуюся в вакууме параллельно границе полубесконечной среды на расстоянии z_0 от нее (рис. 1). Полупространство $z \leq 0$, заполненное средой, характеризуется комплексными диэлектрической и магнитной проницаемостями, ϵ и μ , являющимися функциями частоты ω . Частица предполагается немагнитной в собственной системе отсчета и имеющей дипольную электрическую поляризуемость $\alpha(\omega)$ и (или) диэлектрическую проницаемость $\epsilon_1(\omega)$. Действительные и мнимые компоненты этих и производных от них функций обозначаются одним и двумя штрихами. Лабораторная система координат K связана с покоящейся поверхностью, система координат K' — с движущейся частицей. Ось z системы K перпендикулярна границе среды, а ось x совпадает с направлением скорости V частицы. Предполагая $z_0 \gg R$, где R — характерный размер частицы, мы можем рассматривать ее как точечный флуктуирующий электрический диполь с моментом $\mathbf{d}(t)$.

Заметим, что при релятивистском рассмотрении немагнитная частица, обладающая в системе K' только электрическим дипольным моментом, в системе K обладает также и магнитным дипольным моментом $\mathbf{m}(t)$. Учитывая это, соответствующие векторы электрической и магнитной поляризации в системе K , порождаемые движущейся частицей, можно записать так

$$\mathbf{P}(x, y, z, t) = \delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z - z_0)\mathbf{d}(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{M}(x, y, z, t) = \delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z - z_0)\mathbf{m}(t); \quad (2)$$

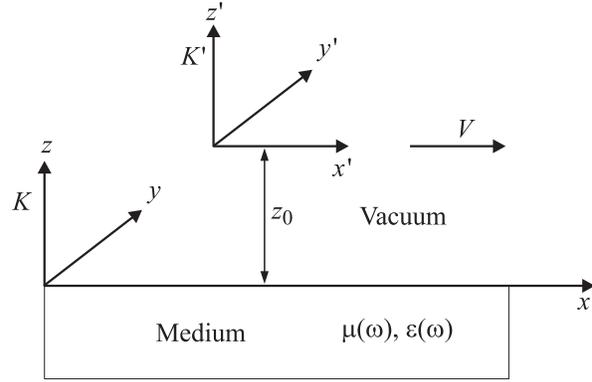


Рис. 1. Системы координат K и K' , связанные с покоящейся поверхностью и движущейся частицей.

соответственно в системе K' (в общем случае) имеем

$$\mathbf{P}'(x', y', z', t') = \delta(x')\delta(y')\delta(z')\mathbf{d}'(t'), \quad (3)$$

$$\mathbf{M}'(x', y', z', t') = \delta(x')\delta(y')\delta(z')\mathbf{m}'(t'). \quad (4)$$

Координаты (x, y, z, t) и (x', y', z', t') обеих систем связаны преобразованиями Лоренца

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - \beta ct), & t' &= \gamma(t - \beta x/c), \\ y' &= y, & z' &= z, \end{aligned} \quad (5)$$

$\beta = V/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Формулы лоренцевых преобразований для $\mathbf{d}(t)$ и $\mathbf{m}(t)$ можно получить из аналогичных формул для векторов поляризации \mathbf{P} и \mathbf{M} , заданных параллельными и перпендикулярными направлению V составляющими [23]

$$\mathbf{P}_{\parallel} = \mathbf{P}'_{\parallel}, \quad \mathbf{P}_{\perp} = \gamma \left(\mathbf{P}'_{\perp} + \frac{1}{c} [\mathbf{V} \mathbf{M}'] \right), \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_{\parallel} = \mathbf{M}'_{\parallel}, \quad \mathbf{M}_{\perp} = \gamma \left(\mathbf{M}'_{\perp} - \frac{1}{c} [\mathbf{V} \mathbf{P}'] \right). \quad (7)$$

Используя (1)–(7), тождество $\delta(\alpha x) = \delta(x)/|\alpha|$ и полагая $\mathbf{m}'(t') = 0$, получим

$$\begin{aligned} d_x(t) &= \gamma^{-1} d'_x(t'), & d_y(t) &= d'_y(t'), & d_z(t) &= d'_z(t'), \\ m_x(t) &= 0, & m_y(t) &= \beta d'_y(t'), & m_z(t) &= -\beta d'_z(t'). \end{aligned} \quad (8)$$

Заметим, что переменные t и t' в (8) связаны преобразованием (5). Если скорость частицы имеет произвольное направление и $\mathbf{m}'(t') \neq 0$, то необходимые формулы для преобразования \mathbf{d} и \mathbf{m} можно найти в [24].

Флуктуационную силу, действующую на частицу, определим с помощью обобщенной формулы для силы Лоренца

$$\mathbf{F} = \int \langle \rho \mathbf{E} \rangle d^3r + \frac{1}{c} \int \langle [\mathbf{j} \mathbf{H}] \rangle d^3r, \quad (9)$$

где ρ и \mathbf{j} — плотности заряда и тока частицы, \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического и магнит-

ного поля; угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают полное квантово-статистическое усреднение. Интегралы берутся по объему частицы. Как обычно принимается в флуктуационно-электромагнитной теории, все векторные величины рассматриваются как гейзенберговские операторы.

По определению имеем $\rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}$, $\mathbf{j} = \partial \mathbf{P} / \partial t + c \operatorname{rot} \mathbf{M}$, где \mathbf{P} и \mathbf{M} находятся из (1), (2). Тогда после подстановки соответствующих выражений в (9) получим

$$\mathbf{F}^e = \int \langle \rho \mathbf{E} \rangle d^3 r = \langle \nabla(\mathbf{dE}) \rangle + \frac{1}{c} \langle [\mathbf{d} \partial \mathbf{H} / \partial t] \rangle, \quad (10)$$

$$\mathbf{F}^m = \frac{1}{c} \int \langle \mathbf{jH} \rangle d^3 r = \langle \nabla(\mathbf{mH}) \rangle - \frac{1}{c} \langle [\mathbf{d} \partial \mathbf{H} / \partial t] \rangle. \quad (11)$$

Суммируя (10), (11), находим

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e + \mathbf{F}^m = \langle \nabla(\mathbf{dE} + \mathbf{mH}) \rangle. \quad (12)$$

И наконец, выделим в (12) в явном виде вклады от спонтанных (sp) и индуцированных (in) флуктуаций

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{in}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \mathbf{H}^{\text{in}}) \rangle + \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{in}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{in}} \mathbf{H}^{\text{sp}}) \rangle. \quad (13)$$

Формула (13) наиболее удобна для последующих вычислений флуктуационной силы. Специально укажем, что в ней следует выполнить дифференцирование до подстановки текущих координат частицы $(V, t, 0, z_0)$. Нормальная к поверхности компонента силы \mathbf{F} описывает динамическое взаимодействие Ван-дер-Ваальса.

Теперь проанализируем величину работы флуктуационного электромагнитного поля, производимой над частицей в единицу времени. Она определяется интегралом диссипации $\int \langle \mathbf{jE} \rangle d^3 r$. Принимая во внимание лоренцевы преобразования плотности тока, плотности заряда и электрического поля в системах K и K'

$$j'_x = \gamma(j_x - \rho c \beta), \quad j'_y = j_y,$$

$$j'_z = j_z, \quad \rho' = \gamma(\rho - \beta j_x),$$

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \gamma(E_y - \beta H_z), \quad E'_z = \gamma(E_z + \beta H_y),$$

а также соотношение между элементами объема в системах K и K' , $d^3 r = \gamma d^3 r'$, получим

$$\int \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3 r' = \gamma^2 \left[\int \langle \mathbf{jE} \rangle d^3 r - F_x V \right], \quad (14)$$

причем

$$F_x = \int \langle \rho E_x \rangle d^3 r + \frac{1}{c} \int \langle [\mathbf{jH}]_x \rangle d^3 r. \quad (15)$$

С другой стороны, учитывая (3), (4) и соотношения $\rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}$, $\mathbf{j} = \partial \mathbf{P} / \partial t + c \operatorname{rot} \mathbf{M}$, $\mathbf{m}' = 0$, будем иметь

$$\begin{aligned} \int \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3 r' &= \int \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t'} \mathbf{E}' \right\rangle d^3 r' \\ &= \int \langle \delta(x') \delta(y') \delta(z') \dot{\mathbf{d}}' \mathbf{E}' \rangle d^3 r' = \langle \dot{\mathbf{d}}' \mathbf{E}' \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

Далее, принимая во внимание (8) и $dt' = \gamma dt$, преобразуем (16) к виду

$$\int \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3 r' = \langle \dot{\mathbf{d}}' \mathbf{E}' \rangle = \gamma^2 \left[\langle \dot{\mathbf{d}} \mathbf{E} \rangle - \beta \langle [\dot{\mathbf{d}} \mathbf{H}]_x \rangle \right]. \quad (17)$$

Наконец, из (14), (16) и (17) следует

$$\begin{aligned} \int \langle \mathbf{jE} \rangle d^3 r &= F_x V + \langle \dot{\mathbf{d}} \mathbf{E} \rangle - \beta \langle [\dot{\mathbf{d}} \mathbf{H}]_x \rangle \\ &\equiv F_x V + dQ/dt. \end{aligned} \quad (18)$$

Очевидно, производную dQ/dt можно ассоциировать со скоростью нагрева (охлаждения) частицы, причем следует подчеркнуть, что все величины, входящие в (18), относятся к лабораторной системе K . По аналогии с преобразованием формулы (9) для флуктуационной силы запишем dQ/dt в более компактной форме

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \langle \dot{\mathbf{d}} \mathbf{E} \rangle - \frac{V}{c} \langle [\dot{\mathbf{d}} \mathbf{H}]_x \rangle = \langle \dot{\mathbf{d}} \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \mathbf{H} \rangle \\ &= \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{in}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{sp}} \mathbf{H}^{\text{in}} \rangle + \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{in}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{in}} \mathbf{H}^{\text{sp}} \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

В нерелятивистском случае, очевидно, $\dot{Q} = \langle \dot{\mathbf{d}} \mathbf{E} \rangle$ и, если рассматривать частицу как систему связанных зарядов, нетрудно показать, что отнесенная к единице времени работа флуктуационного электрического поля над частицей равна сумме мощности тангенциальной силы, приложенной к ее центру масс, и скорости нагрева, приводящего к росту среднеквадратичных скоростей составляющих частиц — зарядов. Все это является очевидным следствием закона сохранения энергии (в отсутствие излучения)

$$-\frac{dW}{dt} = \int \langle \mathbf{jE} \rangle d^3 r = F_x V + dQ/dt, \quad (20)$$

в левой части (20) стоит скорость энергетических потерь флуктуационного электромагнитного поля. В случае молекулы (наночастицы) нагрев приводит к росту ее температуры, а в случае нейтрального атома его можно трактовать как разновидность лэмбовского сдвига уровней, вызванного взаимодействием с поверхностью.

Формулы (18) и (20) являются ключевыми для понимания процесса взаимодействия частицы с поверхностью. В частности, неучет члена dQ/dt в (20) в нашей ранней работе [25] привел к неправильной асимптотике тангенциальной силы при $T \rightarrow 0$. В то же время для заряженных частиц и мультиполей постоянной величины,

поскольку $dQ/dt = 0$, выражение тангенциальной силы через интеграл диссипации является вполне корректным. Практически та же ошибка была допущена в работе [22], в которой тангенциальная сила находилась из разложения интеграла диссипации по степеням скорости. В этом случае в линейном порядке по скорости (для силы F_x) соответствующий член разложения пропорционален V^2 . Такой подход в отличие от тождества (18) не позволяет отделить в явном виде мощность тангенциальной силы от скорости нагрева частицы и, кроме того, не обеспечивает возможности получения более общих результатов, когда имеется нелинейная зависимость от скорости.

При $\dot{Q} \neq 0$ тепловой поток \dot{Q} имеет высокую степень локализации в пространстве, поскольку связан с объемом малой частицы. Однако диссипация энергии электромагнитного поля на поверхности и в объеме покоящейся среды приводит к ее нагреву и при $\dot{Q} = 0$ (при движении зарядов и мультиполей постоянной величины). В последнем случае тепловой эффект возникает на более поздней стадии вследствие релаксации движений мультиполей среды, которым передана энергия поступательного движения частицы. При $\dot{Q} < 0$, когда тепловой поток направлен от частицы к поверхности и частица тормозится, суммарный нагрев среды определяется правой частью уравнения (20), учитывающей оба вида диссипации энергии флуктуационного поля. Математически это эквивалентно интегралу диссипации, взятому по объему покоящейся среды.

Таким образом, для вычисления флуктуационной силы и потока тепла необходимо выполнить соответствующее статистическое усреднение в формулах (13) и (18). В отличие от расчетных схем, применявшихся в работах [8–10], данный метод является физически прозрачным и весьма эффективным в техническом плане.

2. Нерелятивистский случай

Рассмотрение более простых нерелятивистских результатов целесообразно для демонстрации общей схемы расчета и последующего сравнения с релятивистскими формулами. В этом случае в (13) и (18) нужно опустить слагаемые, связанные с вкладом магнитного поля. Дипольные моменты представляются интегральными фурье-разложениями с временным множителем $\exp(-i\omega t)$, а компоненты электрического поля — разложениями по компонентам двумерного волнового вектора $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ и по частоте. Индуцированное электрическое поле \mathbf{E}^{in} выражается через скалярный потенциал φ , являющийся решением уравнения Пуассона $\nabla^2 \varphi = -4\pi\rho$ с дополнительными условиями непрерывности φ и нормальной компоненты электрической индукции на границе $z = 0$. Величина ρ определяется уравнением $\rho = -\text{div}\mathbf{P}$ и с учетом (1) также представляется Фурье-разложением. Детали соответствующих вычислений можно найти в работах [26,27]. После

выполнения статистического усреднения в выражениях для $\langle \nabla \mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{in}} \rangle$ и $\langle \nabla \mathbf{d}^{\text{in}} \mathbf{E}^{\text{sp}} \rangle$ получаем формулы для нормальной и тангенциальной компонент флуктуационной силы. Первую из них удобно связать с консервативным (ван-дер-ваальсовым) потенциалом притяжения к поверхности, пользуясь соотношением $F_z = -\partial U/\partial z$. В результате будем иметь [14]

$$U(z_0, V) = \frac{\hbar}{\pi^2} \int d\omega dk_x dk_y k e^{-2kz_0} \times \left\{ C(T_1, \omega) \alpha''(\omega) [\Delta'(\omega - c\beta k_x) + \Delta'(\omega + c\beta k_x)] + C(T_2, \omega) \Delta''(\omega) [\alpha'(\omega - c\beta k_x) + \alpha'(\omega + c\beta k_x)] \right\}, \quad (21)$$

$$F_x = \langle (\mathbf{d}^{\text{sp}} \nabla) E_x^{\text{in}} \rangle + \langle (\mathbf{d}^{\text{in}} \nabla) E_x^{\text{sp}} \rangle = -\frac{2\hbar}{\pi^2} \int d\omega dk_x dk_y k_x k e^{-2kz_0} \times \left\{ C(T_1, \omega) \alpha''(\omega) [\Delta''(\omega + c\beta k_x) - \Delta''(\omega - c\beta k_x)] + C(T_2, \omega) \Delta''(\omega) [\alpha''(\omega + c\beta k_x) - \alpha''(\omega - c\beta k_x)] \right\}, \quad (22)$$

$$C(T, \omega) = \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2kT} \right), \quad \Delta(\omega) = \Delta' + i\Delta'' = \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1}$$

— функция диэлектрического отклика поверхности, T_1 — температура частицы, в общем случае отличная от температуры поверхности T_2 , для нейтрального атома, разумеется, $T_1 = 0$.

Заметим, что интегрирование по всем переменным производится в интервале $(0, \infty)$, а отрицательный знак соответствует тормозящей (диссипативной) тангенциальной силе.

С точки зрения последующего сравнения с релятивистскими формулами представляет интерес эквивалентная форма записи (22), которая получается с помощью преобразования частотных аргументов в первом слагаемом в фигурных скобках с учетом аналитических свойств подынтегральных функций. В результате получим

$$F_x = -\frac{2\hbar}{\pi^2} \int d\omega dk_x dk_y k_x k e^{-2kz_0} \times [\Xi(\omega, V) - \Xi(\omega, -V)], \quad (23)$$

где

$$\Xi(\omega, V) = \Delta''(\omega) \alpha''(\omega + k_x V) [C(T_2, \omega) - C(T_1, \omega + k_x V)].$$

Из (21)–(23) легко выводятся все известные формулы для притяжения сферической частицы к поверхности и тангенциальной силы. В частности, в пределе малых

скоростей получим

$$F_x = -\frac{3\hbar V}{2\pi z_0^5} \left[\int_0^\infty d\omega [n(T_1, \omega) - n(T_2, \omega)] \alpha''(\omega) \frac{d\Delta''(\omega)}{d\omega} + \frac{\hbar}{kT_2} \int_0^\infty d\omega \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) n(T_2, \omega) [1 + n(T_2, \omega)] \right],$$

$$n(T, \omega) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (24)$$

Далее при $T_1 = T_2 = T$ из (24) вытекает известная формула [28]

$$F_x = \frac{3\hbar V}{2\pi z_0^5} \int_0^\infty \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) \frac{d}{d\omega} n(T, \omega) d\omega, \quad (25)$$

согласно которой при $T \rightarrow 0$ диссипативная сила в линейном порядке по скорости отсутствует. В более общем случае в пределе $T_1 \rightarrow 0, T_2 \rightarrow 0$ из (23) следует

$$F_x = \frac{4\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty k_x dk_x \int_0^\infty dk_y k e^{-2kz_0} \times \int_0^{k_x V} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega - c\beta k_x), \quad (26)$$

откуда при $V \rightarrow 0$ получаем зависимость $F_x \sim V^3/z_0^7$.

Совершенно аналогично выполняется расчет для потока тепла \dot{Q} . В результате получим [14]

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \langle \mathbf{dE} \rangle = \langle \mathbf{d}^{\text{sp}} E^{\text{in}} + \langle \mathbf{d}^{\text{in}} E^{\text{sp}} \rangle \\ &= -\frac{2\hbar}{\pi^2} \int d\omega dk_x dk_y k e^{-2kz_0} \\ &\times \left\{ C(T_1, \omega) \alpha''(\omega) [\omega \Delta''(\omega + c\beta k_x) + \omega \Delta''(\omega - c\beta k_x)] \right. \\ &- C(T_2, \omega) \Delta''(\omega) [(\omega + c\beta k_x) \alpha''(\omega + c\beta k_x) \\ &\left. + (\omega - c\beta k_x) \alpha''(\omega - c\beta k_x)] \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

Аналогично (23) формулу (27) можно привести к следующему эквивалентному виду:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= -\frac{2\hbar}{\pi^2} \int d\omega dk_x dk_y k e^{-2kz_0} \Delta''(\omega) \\ &\times \left\{ (\omega + c\beta k_x) \alpha''(\omega + c\beta k_x) [C(T_1, \omega + c\beta k_x) \right. \\ &- C(T_2, \omega)] + (\omega - c\beta k_x) \alpha''(\omega - c\beta k_x) \\ &\left. \times [C(T_1, \omega - c\beta k_x) - C(T_2, \omega)] \right\}. \quad (28) \end{aligned}$$

Выполняя в (27) разложение по скорости с сохранением двух первых членов, получим

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= -\frac{\hbar}{\pi z_0^3} \int_0^\infty d\omega \omega \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) [n(T_1, \omega) - n(T_2, \omega)] \\ &- \frac{3\hbar V^2}{8\pi z_0^5} \int_0^\infty d\omega \left\{ C(T_1, \omega) \omega \alpha'' \frac{d^2 \Delta''}{d\omega^2} \right. \\ &\left. - C(T_2, \omega) \Delta'' \left(2 \frac{d\alpha''}{d\omega} + \omega \frac{d^2 \alpha''}{d\omega^2} \right) \right\}. \quad (29) \end{aligned}$$

Даже беглый анализ формул (23), (24) и (28), (29) показывает, что знак тангенциальной силы и потока тепла между частицей и поверхностью, вообще говоря, может быть различным. На эти эффекты впервые обратил внимание Полевым [9] при рассмотрении тангенциальных сил между полубесконечными пространствами. Теперь перейдем к рассмотрению релятивистской проблемы.

3. Решение уравнений Максвелла для индуцированных компонент электромагнитного поля

Эффективным методом решения поставленной задачи является применение формализма векторов Герца, $\mathbf{\Pi}^e(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{\Pi}^m(\mathbf{r}, t)$, Фурье-трансформаторы которых удовлетворяют уравнениям [29]

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \right) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e(z) = -\frac{4\pi}{\varepsilon(\omega)} \mathbf{P}_{\omega\mathbf{k}}(z), \quad (30)$$

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \right) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m(z) = -\frac{4\pi}{\mu(\omega)} \mathbf{M}_{\omega\mathbf{k}}(z),$$

$$\Delta = -k_x^2 - k_y^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (31)$$

Граничные условия для векторов Герца, соответствующие данной задаче, и решения уравнений (30), (31) приведены в Приложении А. Амплитуды электрического и магнитного полей выражаются через векторы Герца с помощью известных соотношений [29]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}} &= \text{grad div } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e \\ &+ \frac{i\omega}{c} \mu(\omega) \text{rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\omega\mathbf{k}} &= \text{grad div } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^m \\ &- \frac{i\omega}{c} \varepsilon(\omega) \text{rot } \mathbf{\Pi}_{\omega\mathbf{k}}^e. \quad (33) \end{aligned}$$

С учетом (32), (33) и (A3)–(A8) получим (для вакуумной области $z \geq 0$)

$$E_{x,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[-k_x(k_x d_x + k_y d_y)(\Delta_m - \Delta_{em}) - ik_x q_0 d_z \Delta_e + \frac{\omega^2}{c^2} d_x \Delta_m + \frac{i\omega}{c} \left(-\Delta_{em} \frac{k_y}{q_0} (k_x m_x + k_y m_y) + ik_y m_z \Delta_m + q_0 m_y \Delta_e \right) \right], \quad (34)$$

$$E_{y,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[-k_y(k_x d_x + k_y d_y)(\Delta_m - \Delta_{em}) - ik_y q_0 d_z \Delta_e + \frac{\omega^2}{c^2} d_y \Delta_m - \frac{i\omega}{c} \left(-\Delta_{em} \frac{k_x}{q_0} (k_x m_x + k_y m_y) + ik_x m_z \Delta_m + q_0 m_x \Delta_e \right) \right], \quad (35)$$

$$E_{z,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[\frac{ik_x d_x + ik_y d_y}{q_0} (k^2 \Delta_{em} - q_0^2 \Delta_m) + k^2 d_z \Delta_e + \frac{i\omega}{c} (ik_x m_y \Delta_e - ik_y m_x \Delta_e) \right]. \quad (36)$$

Здесь

$$\Theta(z) = \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z + z_0)].$$

$$H_{x,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[-k_x(k_x m_x + k_y m_y)(\Delta_e - \Delta_{em}) - ik_x q_0 m_z \Delta_m + \frac{\omega^2}{c^2} m_x \Delta_e - \frac{i\omega}{c} \times \left(-\Delta_{em} \frac{k_y}{q_0} (k_x d_x + k_y d_y) + ik_y d_z \Delta_e + q_0 d_y \Delta_m \right) \right], \quad (37)$$

$$H_{y,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[-k_y(k_x m_x + k_y m_y)(\Delta_e - \Delta_{em}) - ik_y q_0 m_z \Delta_m + \frac{\omega^2}{c^2} m_y \Delta_e + \frac{i\omega}{c} \times \left(-\Delta_{em} \frac{k_x}{q_0} (k_x d_x + k_y d_y) + ik_x d_z \Delta_e + q_0 d_x \Delta_m \right) \right], \quad (38)$$

$$H_{z,\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) = \Theta(z) \left[\frac{ik_x m_x + ik_y m_y}{q_0} (k^2 \Delta_{em} - q_0^2 \Delta_e) + k^2 m_z \Delta_m + \frac{\omega}{c} (k_x d_y \Delta_m - k_y d_x \Delta_m) \right], \quad (39)$$

где проекции d_i , m_i ($i = x, y, z$) определяются формулами (A9) и, кроме того,

$$q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad q = (k^2 - \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\omega^2/c^2)^{1/2}, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad (40)$$

$$\Delta_m(\omega) = \frac{\mu(\omega)q_0 - q}{\mu(\omega)q_0 + q}, \quad (41)$$

$$\Delta_e(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)q_0 - q}{\varepsilon(\omega)q_0 + q}, \quad (42)$$

$$\Delta_{em}(\omega) = \frac{2q_0^2(\varepsilon(\omega)\mu(\omega) - 1)}{(\varepsilon(\omega)q_0 + q)(\mu(\omega)q_0 + q)}. \quad (43)$$

Заметим также, что функции Δ_m , Δ_e , Δ_{em} связаны дополнительным условием

$$k^2 \Delta_{em} - q_0^2 \Delta_e - q_0^2 \Delta_m = 0. \quad (44)$$

4. Корреляторы физических величин

При нахождении вкладов спонтанных и индуцированных флуктуаций в силу и скорость нагрева необходимо выразить Фурье-компоненты полей и дипольных моментов частицы в системе K . Так, для индуцированных компонент поля имеем

$$\mathbf{E}^{\text{in}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) \times \exp(i(k_x x + k_y y - \omega t)), \quad (45)$$

$$\mathbf{H}^{\text{in}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \mathbf{H}_{\omega\mathbf{k}}^{\text{in}}(z) \times \exp(i(k_x x + k_y y - \omega t)). \quad (46)$$

Для спонтанных компонент векторов $\mathbf{d}^{\text{sp}}(t)$, $\mathbf{m}^{\text{sp}}(t)$, учитывая (5) и (8), имеем

$$d_x^{\text{sp}}(t) = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} d_x^{\text{sp}}(\gamma\omega) \gamma^{-1} e^{-i\omega t},$$

$$d_y^{\text{sp}}(t) = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} d_y^{\text{sp}}(\gamma\omega) e^{-i\omega t},$$

$$d_z^{\text{sp}}(t) = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} d_z^{\text{sp}}(\gamma\omega) e^{-i\omega t},$$

$$m_x^{\text{sp}}(t) = 0,$$

$$m_y^{\text{sp}}(t) = \gamma\beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} d_z^{\text{sp}}(\gamma\omega) e^{-i\omega t},$$

$$m_z^{\text{sp}}(t) = -\gamma\beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} d_y^{\text{sp}}(\gamma\omega) e^{-i\omega t}. \quad (47)$$

Заметим, что как в левых, так и в правых частях формул (47) стоит „лабораторное время“ t .

При подстановке (45)–(47) в первые слагаемые (13) и (19) возникает коррелятор дипольного момента частицы в ее системе покоя, раскрывающийся следующим образом [21]:

$$\left\langle d_i^{\text{sp}}(\gamma\omega') d_k^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \right\rangle = \frac{2\pi\hbar}{\gamma} \times \delta_{ik} \delta(\omega' + \omega - c\beta k_x) \alpha''(\gamma\omega') \text{cth} \left(\frac{\gamma\hbar\omega'}{2kT_1} \right). \quad (48)$$

Для вычисления вторых слагаемых в (13) и (19) аналогично нужно выразить индуцированные компоненты дипольного момента частицы в лабораторной системе. Для этого воспользуемся известным нерелятивистским интегральным соотношением между \mathbf{d}^{in} и \mathbf{E}^{sp} , которое запишем в системе покоя частицы K'

$$\mathbf{d}^{\text{in}}(t') = \int_{-\infty}^{t'} \alpha(t' - \tau') \mathbf{E}'^{\text{sp}}(\mathbf{r}'_0 \tau') d\tau'.$$

Далее, переписывая это соотношение с учетом Фурье-разложения разложения \mathbf{E}'^{sp} по пространственным и временной переменным, используя (5), (8) и лоренцевы преобразования для амплитуд поля, получим искомые выражения

$$\begin{aligned} d_x^{\text{in}} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \alpha(\gamma(\omega - c\beta k_x)) E_{x\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0) \\ &\quad \times \exp(-i(\omega - c\beta k_x)t), \\ d_y^{\text{in}} &= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \alpha(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\ &\quad \times [E_{y\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0) - \beta H_{z\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0)] \exp(-i(\omega - c\beta k_x)t), \\ d_z^{\text{in}} &= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \alpha(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\ &\quad \times [E_{z\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0) + \beta H_{y\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0)] \exp(-i(\omega - c\beta k_x)t), \\ m_x^{\text{in}} &= 0, \\ m_y^{\text{in}} &= \frac{\beta\gamma}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \alpha(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\ &\quad \times [E_{z\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0 + \beta H_{y\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0))] \exp(-i(\omega - c\beta k_x)t), \\ m_z^{\text{in}} &= -\frac{\beta\gamma}{(2\pi)^3} \int d\omega dk_x dk_y \alpha(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\ &\quad \times [E_{y\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0 - \beta H_{z\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}}(z_0))] \exp(-i(\omega - c\beta k_x)t). \end{aligned} \quad (49)$$

После подстановки (49) и спонтанных компонент поля поверхности во вторые слагаемые (13) и (19) возникают корреляторы амплитуд электрического и магнитного поля, которые вследствие стационарности флуктуаций выражаются через соответствующие спектральные плотности [30,31]

$$\begin{aligned} \langle U_{i,\omega\mathbf{k}}^{\text{sp}} V_{j,\omega'\mathbf{k}'}^{\text{sp}} \rangle &= (2\pi)^3 \delta(\omega + \omega') \delta(k_x + k'_x) \\ &\quad \times \delta(k_y + k'_y) \left(U_i^{\text{sp}} V_j^{\text{sp}} \right)_{\omega\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (50)$$

где $U_i^{\text{sp}}, V_i^{\text{sp}} = E_i^{\text{sp}}, B_i^{\text{sp}}$ ($i = x, y, z$).

В свою очередь спектральные плотности амплитуд выражаются через компоненты запаздывающих функций

Грина для излучения в среде с помощью соотношений [2,27]

$$\begin{aligned} (E_i^{\text{sp}}(z) E_k^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= i \frac{\omega^2}{2c^2} C(T, \omega) \\ &\quad \times [D_{ik}(\omega\mathbf{k}; z z') - D_{ki}^*(\omega\mathbf{k}; z' z)], \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} (B_i^{\text{sp}}(z) B_k^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= i \frac{1}{2} C(T, \omega) \text{rot}_{il} \text{rot}'_{km} \\ &\quad \times [D_{lm}(\omega\mathbf{k}; z z') - D_{mi}^*(\omega\mathbf{k}; z' z)], \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} (E_i^{\text{sp}}(z) B_k^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= -\frac{\omega}{2c} C(T, \omega) \text{rot}'_{km} \\ &\quad \times [D_{im}(\omega\mathbf{k}; z z') - D_{mi}^*(\omega\mathbf{k}; z' z)]. \end{aligned} \quad (53)$$

Подробное вычисление гриновских функций приведено в Приложении В, а их подстановка в (50) с учетом (51)–(53) позволяет найти все необходимые корреляторы.

5. Флуктуационная сила и скорость нагрева частицы

Результаты, приведенные в разд. 3, 4 и Приложениях А, В, позволяют осуществить статическое усреднение в формулах (13) и (19). При этом формулы для флуктуационной силы, полученные в [20,21], удается свести к более простому виду после преобразований частотных аргументов подынтегральных функций, аналогичных сделанным при выводе (23), (28). В результате для компонент флуктуационной силы и скорости нагрева частицы получим

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k>\omega/c} d\omega dk_x dk_y k_x \frac{\exp(2q_0 z_0)}{q_0} \\ &\quad \times \left[\left(C(T_2, \omega) - C(T_1, \gamma(\omega + c\beta k_x)) \right) \alpha''(\gamma(\omega + c\beta k_x)) \right. \\ &\quad \times [\chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta_e''(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta_m''(\omega)] \\ &\quad - \left(C(T_2, \omega) - C(T_1, \gamma(\omega - c\beta k_x)) \right) \alpha''(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\ &\quad \times [\chi_e^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta_e''(\omega) + \chi_m^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta_m''(\omega)] \left. \right] \\ &\quad + \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k<\omega/c} d\omega dk_x dk_y k_x \frac{\sin(2\tilde{q}_0 z_0)}{q_0} \{ \Delta_e, \Delta_m \rightarrow \tilde{\Delta}_e, \tilde{\Delta}_m \}, \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned}
F_z = & -\frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k>\omega/c} d\omega dk_x dk_y \exp(-2q_0 z_0) \\
& \times \left\{ C(T_1, \gamma(\omega + c\beta k_x)) \alpha''(\gamma(\omega + c\beta k_x)) \right. \\
& \times [\chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta'_e(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta'_m(\omega)] \\
& + C(T_1, \gamma(\omega - c\beta k_x)) \alpha''(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\
& \times [\chi_e^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta'_e(\omega) + \chi_m^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta'_m(\omega)] \\
& + C(T_2, \omega) \alpha'(\gamma(\omega + c\beta k_x)) \\
& \times [\chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_e(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_m(\omega)] \\
& + C(T_2, \omega) \alpha'(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\
& \times [\chi_e^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_e(\omega) + \chi_m^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_m(\omega)] \left. \right\} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k<\omega/c} d\omega dk_x dk_y \cos(2\tilde{q}_0 z_0) \\
& \times \{ \Delta_e, \Delta_m \rightarrow \tilde{\Delta}_e, \tilde{\Delta}_m \}. \tag{55}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{Q} = & -\frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k>\omega/c} d\omega dk_x dk_y \frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} \\
& \times \left\{ [C(T_1, \omega + c\beta k_x) - C(T_2, \omega)] \right. \\
& \times (\omega + c\beta k_x) \alpha''(\gamma(\omega + c\beta k_x)) \\
& \times [\chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_e(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_m(\omega)] \\
& + [C(T_1, \omega - c\beta k_x) - C(T_2, \omega)] \\
& \times (\omega - c\beta k_x) \alpha''(\gamma(\omega - c\beta k_x)) \\
& \times [\chi_e^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_e(\omega) + \chi_m^{(-)}(\omega, \mathbf{k}) \Delta''_m(\omega)] \left. \right\} \\
& - \frac{\hbar\gamma}{\pi^2} \int_{k<\omega/c} d\omega dk_x dk_y \left[-\frac{\sin(2\tilde{q}_0 z_0)}{\tilde{q}_0} \right] \\
& \times \{ \Delta_e, \Delta_m \rightarrow \tilde{\Delta}_e, \tilde{\Delta}_m \}, \tag{56}
\end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
q_0 &= (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad \tilde{q}_0 = (\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}, \\
q &= (k^2 - \varepsilon\mu\omega^2/c^2)^{1/2}, \quad \tilde{q} = (\varepsilon\mu\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}, \\
\chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= 2(k^2 - \beta^2 k_x^2)(1 - \omega^2/k^2 c^2) + \frac{(\omega \pm c\beta k_x)^2}{c^2}, \\
\chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= 2\beta^2 k_y^2(1 - \omega^2/k^2 c^2) + \frac{(\omega \pm c\beta k_x)^2}{c^2}.
\end{aligned}$$

В дополнение к этому заметим, что функции $\tilde{\Delta}_e$, $\tilde{\Delta}_m$ определяются формулами (41), (42) с заменой

$q, q_0 \rightarrow \tilde{q}, \tilde{q}_0$, а интегрирование по частотам, как и в (21), (22), производится в интервале $0, \infty$. Интегралы, взятые по области частот $\omega > ck$, соответствуют вкладу радиационных мод флуктуационного электромагнитного поля, а по области $\omega < ck$ — нерадиационных.

6. Обсуждение и результаты численных расчетов

Прежде всего рассмотрим нерелятивистский предел формул (54)–(56) при $c \rightarrow \infty$. В этом случае, учитывая, что $\chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 2k^2$, $\chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 0$, непосредственно видно, что (54) и (56) переходят в (23) и (28), а (55) приводится к виду (21) с учетом связи $F_z = -\partial U/\partial z$.

Далее практически важным представляется анализ нерелятивистского движения частицы с учетом эффекта запаздывания. Для проведения соответствующих численных расчетов рассмотрим контакт однородных немагнитных металлических тел ($\mu = 1$), когда объемные диэлектрические функции определяются соотношением $\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi\sigma i/\omega \equiv 1 + ai$, где σ — не зависящая от частоты проводимость. Вводя новые переменные $\bar{t} = kc/\omega$ и $u^2 = |1 - \bar{t}^2|$, причем $u^2 = \bar{t}^2 - 1$ для нерадиационных мод ($\omega < kc$), а $u^2 = 1 - \bar{t}^2$ — для радиационных ($\omega > kc$), из формул (41), (42) получим следующие выражения для мнимых компонент соответствующих функций:

а) случай нерадиационных мод (верхние знаки в (57) и (58))

$$\begin{aligned}
\Delta''_e(u, a) = & -\frac{u}{a[a^2 u^4 + (2u^2 + 1)^2]} \left[a^2 u(2u^2 - 1) \right. \\
& \left. + (2 - a^2)u(2u^2 + 1) \mp (aA_1 + (2a^2 u^2 + 2u^2 + 1)A_2) \right], \tag{57}
\end{aligned}$$

$$\Delta''_m(u, a) = -\frac{2u^2}{a} \pm \frac{2u}{a} A_2, \tag{58}$$

$$A_1 = \left(\frac{\sqrt{a^2 + u^4 - u^2}}{2} \right)^{1/2}, \tag{59}$$

$$A_2 = \left(\frac{\sqrt{a^2 + u^4 + u^2}}{2} \right)^{1/2}; \tag{60}$$

б) случай радиационных мод (нижние знаки в (57) и (58)); формулы (57) и (58) модифицируются заменами $2u^2 + 1 \leftrightarrow 2u^2 - 1$. По сравнению с аналогичными формулами, приведенными в [32], формулы (57)–(60) получены без дополнительного упрощающего условия $a \gg 1$.

Заметим, что в обозначениях [11–13] функции отклика Δ_e и Δ_m совпадают с френелевскими коэффициентами отражения электромагнитных волн, имеющих P - и S -поляризацию (R_p и R_s), у которых электрический вектор лежит в одной плоскости с волновым вектором и вектором нормали к поверхности (P -волна) и в перпендикулярной плоскости (S -волна). При этом первая волна имеет преимущественно электростатическую природу, а вторая — магнитную.

Для поляризуемости малой сферической частицы с радиусом R используем два приближения

$$\alpha(\omega) = R^3 \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 2}, \quad (61a)$$

$$\alpha(\omega) = R^3 \times \left(1 + \frac{3(1 - \kappa R \operatorname{cth}(\kappa R))}{2(\varepsilon(\omega) - 1)(1 - \kappa R \operatorname{cth}(\kappa R) + \varepsilon(\omega)(\kappa R)^2)} \right), \quad (61b)$$

где $\kappa^2 = (4/\pi i)(9\pi/4)^{1/3}/r_s$, а r_s — параметр модели „желе“ (в атомных единицах). Формула (61b) получена в приближении Томаса–Ферми для металлического кластера и учитывает эффекты экранирования электронного газа [33]. Полагая $R = 10$ nm (типичное значение радиуса острия зондирующих микроскопов), для нормальных металлов получим $\kappa R \gg 1$. Тогда, имея в виду низкочастотный предел ($a \gg 1$), из (61a) и (61b) следует

$$\alpha''(\omega) \approx \frac{3R^3}{a} = \frac{3R^3}{4\pi\sigma}, \quad (62a)$$

$$\alpha''(\omega) \approx \frac{3}{2} \frac{R^3}{(\kappa R)} \frac{1}{a^3} = \frac{3}{2} \frac{R^3}{(\kappa R)} \frac{\omega^3}{(4\pi\sigma)^3}. \quad (62b)$$

Опуская в (54) и (56), а также в формулах для $\chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})$, $\chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})$ релятивистские члены порядка β^2 , в случае поляризуемости вида (62a) имеем

$$F_x = \frac{3R^3 \hbar V}{4\pi^2 \sigma} \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{c}\right)^5 d\omega \int_{0 \leq u < \infty, 0 \leq u \leq 1} (1 \pm u^2) du \times \left[\exp(-2\omega u z_0/c), \sin(-2\omega u z_0/c) \right] \times \left\{ (A(\theta_1) - A(\theta_2)) [(\pm 2u^2 + 3)\Delta_e''(u, a) + 3\Delta_m''(u, a)] - B(\theta_1) [(\pm 2u^2 + 1)\Delta_e''(u, a) + \Delta_m''(u, a)] \right\}, \quad (63)$$

$$\dot{Q} = -\frac{3R^3 \hbar}{2\pi^2 \sigma} \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{c}\right)^5 \omega^2 d\omega \int_{0 \leq u < \infty, 0 \leq u \leq 1} du \times \left[\exp(-2\omega u z_0/c), \sin(-2\omega u z_0/c) \right] \times \left\{ (A(\theta_1) - A(\theta_2)) [(\pm 2u^2 + 1)\Delta_e''(u, a) + \Delta_m''(u, a)] + \theta^2(1 \pm u^2)((\pm 2u^2 + 5)\Delta_e''(u, a) + 5\Delta_m''(u, a)) \right\} - \beta^2 4B(\theta_1)(1 \pm u^2)[(1 \pm u^2)\Delta_e''(u, a) + \Delta_m''(u, a)] \left\},$$

$$A(x) = \frac{1}{e^x - 1}, \quad B(x) = \frac{x e^x}{(e^x - 1)^2}, \quad \theta_{1,2} = \frac{\hbar \omega}{k T_{1,2}}. \quad (64)$$

Здесь верхние знаки, функции $\exp(-2\omega u z_0/c)$ в квадратных скобках подынтегральных выражений (63), (64) и

интервалы интегрирования $0 \leq u < \infty$ отвечают вкладу нерadiационных мод электромагнитного поля, а для радиационных соответственно учитываются нижние знаки, функции $\sin(-2\omega u z_0/c)$ и интервалы интегрирования $0 \leq u \leq 1$.

После введения безразмерных параметров $\alpha = 4\pi\sigma \hbar/kT$ и $b = 2kT(z_0/\hbar c)$ двойные интегралы в (63) и (64) приводятся к универсальным зависимостям от α и b , которые находятся численным интегрированием (см. далее). Для нормальных металлов ($\sigma = 10^{17} \text{ s}^{-1}$) при температурах $T \leq 300$ К будем иметь $\alpha \geq 30\,000$ и $b \leq 0.26z_0$ (μm). Параметр b определяет роль эффекта запаздывания, который, очевидно, проявляется на меньших удалениях от поверхности при более высоких температурах. В отсутствие запаздывания необходимо считать $c = \infty$ и $b = 0$. При переходе к пределу $c \rightarrow \infty$ вклад радиационных мод исчезает, а формулы (57) и (58) сводятся к $\Delta_e'' = 2/a$, $\Delta_m'' = 0$.

Как следует из (64), даже при изотермических условиях ($T_1 = T_2 = T$) имеется тепловой нагрев движущейся частицы от поверхности ($\dot{Q} > 0$), но в этом случае эффект является релятивистским, поскольку $\dot{Q} \sim (V/c)^2$. При $T_1 \neq T_2$ более существенным является не зависящий от скорости вклад в тепловой поток, вызывающий охлаждение частицы при $T_1 > T_2$ ($\dot{Q} < 0$) и нагрев при $T_1 < T_2$ ($\dot{Q} > 0$).

Аналогично формула (63) предсказывает отрицательную (тормозящую) латеральную силу, действующую на движущуюся частицу. Однако общее выражение (56), вообще говоря, допускает и возможность существования ускоряющей силы. Такие же выводы следуют из нерелятивистских формул (27) и (31). Физически возможность флуктуационного ускорения связана с наличием у нейтральной частицы внутренних степеней свободы. Напротив, при движении заряженных частиц и постоянных мультиполей тангенциальные силы могут быть только тормозящими. Более детальное обсуждение этого вопроса выходит за рамки данной статьи, так как требует рассмотрения диэлектрических функций с наличием резонансной структуры пиков поглощения материалов частицы и поверхности.

В случае малого запаздывания, $b = 2kT(z_0/\hbar c) \ll 1$, из (63), (64) нетрудно получить аналитические выражения для радиационных вкладов, так как внутренние интегралы достаточно точно аппроксимируются зависимостями вида $C(x/\alpha)^{1/2}$, где $x = \omega \hbar/kT$, а C — численная константа. После интегрирования находим

$$F_x^{(\text{rad})} \approx -720 \frac{\hbar V R^3 z_0}{\sigma^{3/2} c^6} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^{15/2}, \quad (65)$$

$$\dot{Q}^{(\text{rad})} \approx -170 \frac{\hbar R^3 z_0}{\sigma^{3/2} c^4} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^{15/2} (1 - \beta^2). \quad (66)$$

Результаты численного расчета F_x и \dot{Q} по формулам (63), (64) показаны на рис. 2 и 3, соответствующих малым (a , $0 < z_0 < 20$ nm), средним (b , $0.1 \mu\text{m} < z_0 < 5 \mu\text{m}$) и большим

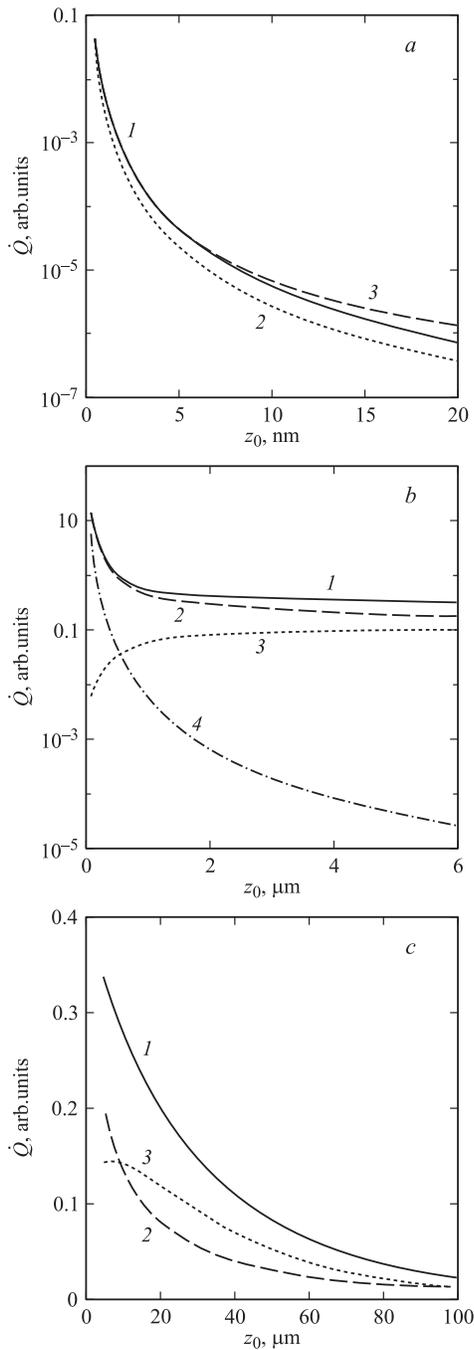


Рис. 2. Зависимость теплового потока от расстояния. Для получения абсолютных значений в erg/s необходимо данные графики умножить на величину $\kappa/\hbar\sigma(kT/\hbar)^3R^3$, причем в случае a $\kappa = 2 \cdot 10^{19}$, а в случаях b и c соответственно $\kappa = 2 \cdot 10^{10}$. a) 1 — $\alpha = 10^4$, $T = 300$ К; 2 — $\alpha = 2 \cdot 10^4$, $T = 300$ К; 3 — $\alpha = 10^4$, $T = 1200$ К. b) 1 — сумма радиационного и нерadiационного вкладов; 2 — вклад нерadiационных мод; 3 — вклад радиационных мод; 4 — нерелятивистское приближение. Во всех случаях $\alpha = 10^4$, $T = 300$ К.

(c , $5 \mu\text{m} < z_0 < 100 \mu\text{m}$) расстояниям от поверхности. В первом из указанных интервалов эффекты запаздывания пренебрежимо малы, но на больших расстояниях наблюдается значительное увеличение F_x и \dot{Q} по сравнению с нерелятивистским приближением (ср. рис. 2, b

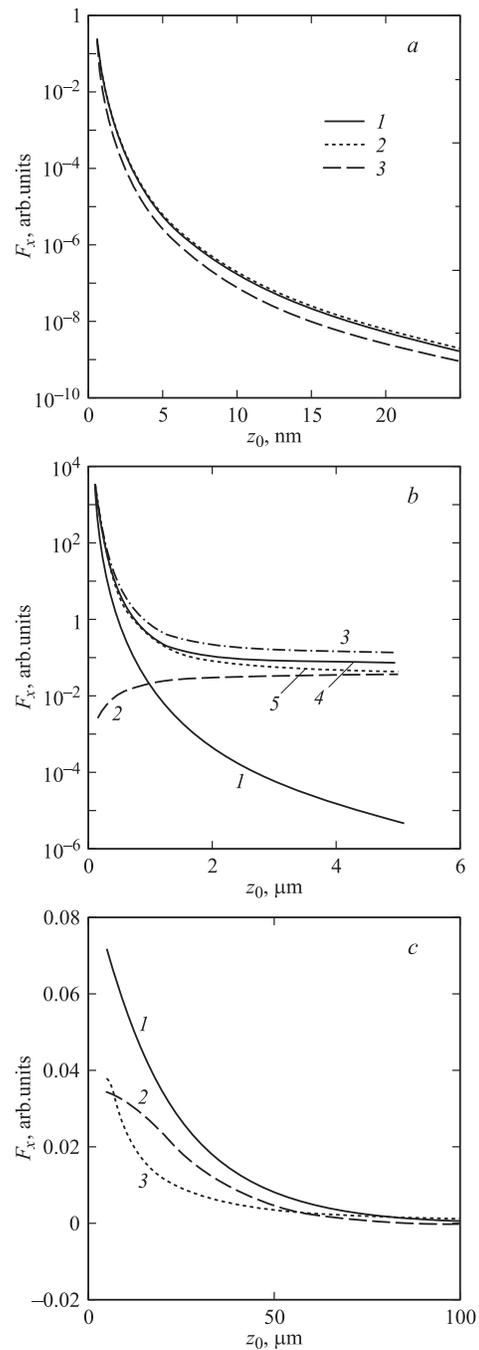


Рис. 3. Зависимость тангенциальной (тормозящей) силы от расстояния. Для получения абсолютных значений сил в динах данные графиков нужно умножить на $\kappa(R^3V\kappa T/\sigma)$, причем в случае a $\kappa = 2.4 \cdot 10^{32}$, а в случаях b и c соответственно $\kappa = 2.4 \cdot 10^{17}$. a) — предполагается, что частица имеет температуру $T_1 = T$, а среда — $T_2 = 0$. 1 — $\alpha = 10^4$, $T = 300$ К; 2 — $\alpha = 10^4$, $T = 1200$ К; 3 — $\alpha = 2 \cdot 10^4$, $T = 300$ К. b) 1 — нерелятивистское приближение при $T_1 = T_2 = T = 300$ К, $\alpha = 10^4$; 2 — радиационный вклад; 3 — нерadiационный вклад; 4 — сумма радиационного и нерadiационного вкладов; в случае линий $2-4$ предполагается $\alpha = 10^4$, $T_1 = 300$ К, $T_2 = 0$; линия 5 — соответствует $T_1 = T_2 = T = 300$ К, $\alpha = 10^4$. c) 1 — результирующая зависимость с учетом радиационного и нерadiационного вкладов; 2 — радиационный вклад; 3 — нерadiационный вклад ($\alpha = 10^4$, $T_1 = 300$ К, $T_2 = 0$.)

и 3, b). Наличие участков линейного возрастания вкладов $F_x^{(\text{rad})}$ и $\dot{Q}^{(\text{rad})}$ при увеличении расстояния z_0 в соответствии с (65), (66) приводит к их локальному преобладанию по сравнению со вкладом нерadiационных мод в области расстояний $10 \mu\text{m} \leq z_0 \leq 60 \mu\text{m}$ для $F_x^{(\text{rad})}$ и $10 \mu\text{m} \leq z_0 \leq 90 \mu\text{m}$ для $\dot{Q}^{(\text{rad})}$ (рис. 2, c и 3, c). Однако результирующие зависимости латеральных сил и тепловых потоков являются монотонно убывающими во всем рассмотренном диапазоне расстояний. Из расчетов следует также возрастание ФЭВ для более резистивных материалов (ср., например, рис. 2, a и 3, a).

Это согласуется как с результатами наших предварительных расчетов [32], так и с работой Пендри [17], в которой отмечалось, что в области нанометровых расстояний вклад S -моды в тепловой поток является пренебрежимо малым (для немагнитных материалов). Напротив, в недавних работах Перссона и Волокитина [13,18] утверждалось, что учет S -моды и эффектов запаздывания (для нормальных металлов) приводит к значительному увеличению теплового потока и латеральной силы по сравнению с нерелятивистским приближением (учитывающим только вклад P -моды) уже на расстояниях $1-10 \mu\text{m}$. В этой связи заметим, что в расчетах латеральной силы авторы [13] не учли вклад тока магнитной поляризации ($\mathbf{j}_m = c \text{rot} \mathbf{M}$), который в лабораторной системе имеется даже у частицы, обладающей в собственной системе отсчета только флуктуационным электрическим дипольным моментом (см. разд. 2). Кроме того, следует еще отметить, что в работах [17,18] тепловой поток вычислен лишь в частном случае нулевой относительной скорости.

Возвращаясь к результатам наших расчетов, заметим, что асимптотика рассчитанных зависимостей $\dot{Q}(z_0)$ при $z_0 \rightarrow \infty$ не обнаруживает наличия не зависящих от расстояния вкладов, характерных для теплового излучения абсолютно черного тела. Это вполне согласуется с тем, что соответствующий тепловой поток обусловлен именно ФЭВ между частицей и поверхностью и соответственно должен исчезать в пределе $z_0 \rightarrow \infty$, когда между ними нет взаимодействия. Сравнение величины $\dot{Q}(z_0)$ со скоростью излучения абсолютно черного тела в вакууме \dot{Q}_{BR} показывает, что $\dot{Q}(z_0)/\dot{Q}_{\text{BR}} = p \sim R$, причем $p \gg 1$ даже на весьма больших удалениях от поверхности. В частности, в соответствии с данными рис. 2, при $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 0$, $\sigma = 10^{17} \text{ s}^{-1}$, $R = 1 \text{ nm}$ будем иметь $p = 2 \cdot 10^8$ при $z_0 = 5 \text{ nm}$ и $p = 2 \cdot 10^4$ при $z_0 = 1 \mu\text{m}$. И лишь на расстояниях в несколько сотен микрон получим $p \leq 1$.

Вычисления F_x и \dot{Q} с использованием поляризуемости вида (62b) (по сравнению с (62a)) приводят к значительно меньшим численным оценкам из-за наличия в (62b) малого обрезывающего фактора $(\kappa R)^{-1}(\omega/4\pi\sigma)^2$. В результате получаются зависимости, аналогичные показанным на рис. 2, 3, но абсолютные значения меньше с коэффициентами $\sim 10^2(\kappa R)^{-1}\alpha^{-2} \ll 1$, а формулы, аналогичные (63)–(66), имеют дополнительный температурный множитель T^2 . Таким образом, учет экранирования кардинально изменяет результаты расчета F_x и \dot{Q} в меньшую сторону.

Итак, в работе развита последовательная релятивистская теория динамических ФЭВ между малой частицей и плоской поверхностью, обеспечивающая корректный предельный переход к нерелятивистским формулам при $c \rightarrow \infty$. Установлены общие соотношения между интегралом диссипативных потерь, скоростью теплового нагрева (охлаждения) частицы и мощностью тангенциальной силы. Полученные формулы учитывают различие температур частицы и поверхности, а также (в самой общей форме) их диэлектрические и магнитные свойства.

Результаты численных расчетов для хорошо проводящих тел показывают, что наибольшие величины тангенциальных сил и тепловых потоков (более высокие при меньшей проводимости) достигаются в нанометровом диапазоне расстояний, когда доминирует вклад нерadiационных мод электромагнитного поля. В области расстояний, превышающих $1 \mu\text{m}$, имеется значительное возрастание тангенциальной силы и потока тепла по сравнению с нерелятивистским приближением, обусловленное релятивистским эффектом запаздывания и увеличением вклада радиационных мод, характеризующееся уменьшением (по модулю) показателей степеней соответствующих зависимостей. Интервал расстояний, в котором преобладает вклад радиационных мод, зависит от произведения $z_0 T$ и обычно составляет несколько десятков микрон. При $z_0 > 100 \mu\text{m}$ вклад нерadiационных мод снова оказывается доминирующим. В целом и тангенциальная сила, и тепловой поток, обусловленные ФЭВ, монотонно убывают во всем рассмотренном интервале расстояний частиц от поверхности ($0-1 \text{ mm}$). Учет экранирования приводит к значительному ослаблению ФЭВ из-за уменьшения поляризуемости частицы. При равенстве температур частицы и поверхности тепловой поток направлен к частице и пропорционален динамическому фактору $(V/c)^2$.

Приложение А

1. Фурье-компоненты векторов электрической и магнитной поляризации

Используя (1), (2) и учитывая (5), (8), получим выражения для проекций Фурье-трансформант векторов электрической и магнитной поляризации

$$P_{x,\omega\mathbf{k}}(z) = \gamma\delta(z - z_0)d_x^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x))\gamma^{-1},$$

$$P_{y,\omega\mathbf{k}}(z) = \gamma\delta(z - z_0)d_y^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)),$$

$$P_{z,\omega\mathbf{k}}(z) = \gamma\delta(z - z_0)d_z^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)),$$

$$M_{x,\omega\mathbf{k}}(z) = 0,$$

$$M_{y,\omega\mathbf{k}}(z) = \gamma\beta\delta(z - z_0)d_y^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)),$$

$$M_{z,\omega\mathbf{k}}(z) = -\gamma\beta\delta(z - z_0)d_z^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)), \quad (\text{A1})$$

где $d_i^{\text{sp}}(\dots)$ — Фурье-компоненты спонтанного дипольного момента частицы в системе покоя, K' ($i = x, y, z$).

2. Граничные условия для векторов Герца

Необходимые соотношения получаются из условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного поля при $z = 0$. Соответствующие уравнения записываются отдельно для каждого из векторов Герца, Π^e и Π^m . Используя (33), нетрудно показать, что должны быть непрерывны следующие величины:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\Pi_i^{(e,m)} \quad (i = x, y), \\ ik_x\Pi_x^e + ik_y\Pi_y^e + \frac{\partial\Pi_z^e}{\partial z}, \\ ik_x\Pi_x^m + ik_y\Pi_y^m + \frac{\partial\Pi_z^m}{\partial z}, \\ \varepsilon(\omega)\frac{\partial\Pi_i^e}{\partial z} \quad (i = x, y), \quad \varepsilon(\omega)\Pi_z^e, \\ \mu(\omega)\frac{\partial\Pi_i^m}{\partial z} \quad (i = x, y). \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

3. Решение уравнений (30) и (31)

Решение уравнений (30), (31) для индуцированных компонент векторов Герца с дополнительными условиями непрерывности (A2) в вакуумной области $z, z' \geq 0$ дается следующими выражениями:

$$\Pi_{x,\omega\mathbf{k}}^e(z) = \Gamma(z) \frac{\mu q_0 - q}{\mu q_0 + q} d_x(\omega), \quad (\text{A3})$$

$$\Pi_{y,\omega\mathbf{k}}^e(z) = \Gamma(z) \frac{\mu q_0 - q}{\mu q_0 + q} d_y(\omega), \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} \Pi_{z,\omega\mathbf{k}}^e(z) = \Gamma(z) \left[i \frac{2q_0^2(\varepsilon\mu - 1)}{q_0(\varepsilon q_0 + q)(\mu q_0 + q)} \right. \\ \left. \times (k_x d_x(\omega) + k_y d_y(\omega)) + \frac{\varepsilon q_0 - q}{\varepsilon q_0 + q} d_z(\omega) \right], \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\Pi_{x,\omega\mathbf{k}}^m(z) = \Gamma(z) \frac{\varepsilon q_0 - q}{\varepsilon q_0 + q} m_x(\omega), \quad (\text{A6})$$

$$\Pi_{y,\omega\mathbf{k}}^m(z) = \Gamma(z) \frac{\varepsilon q_0 - q}{\varepsilon q_0 + q} m_y(\omega), \quad (\text{A7})$$

$$\begin{aligned} \Pi_{z,\omega\mathbf{k}}^m(z) = \Gamma(z) \left[i \frac{2q_0^2(\varepsilon\mu - 1)}{q_0(\varepsilon q_0 + q)(\mu q_0 + q)} \right. \\ \left. \times (k_x m_x(\omega) + k_y m_y(\omega)) + \frac{\mu q_0 - q}{\mu q_0 + q} m_z(\omega) \right], \end{aligned}$$

$$\Gamma(z) = \frac{2\pi}{q_0} \exp(-q_0(z + z_0)), \quad (\text{A8})$$

$$\begin{aligned} d_x(\omega) &= \gamma d_x^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x))\gamma^{-1}, \\ d_y(\omega) &= \gamma d_y^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)), \\ d_z(\omega) &= \gamma d_z^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)), \\ m_x(\omega) &= 0, \\ m_y(\omega) &= \gamma\beta d_z^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)), \\ m_z(\omega) &= -\gamma\beta d_y^{\text{sp}}(\gamma(\omega - c\beta k_x)). \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

Следует отметить, что в (A9) все проекции спонтанного дипольного момента частицы $d_i^{\text{sp}}(\omega')$, где $\omega' = (\omega - k_x V)/\sqrt{1 - V^2/c^2}$, $i = x, y$, являются Фурье-трансформантами в системе покоя, K' .

Приложение В. Вычисление запаздывающих гриновских функций излучения в среде

Запаздывающая функция Грина электромагнитного излучения в однородной и изотропной среде удовлетворяет известному уравнению [2,31]

$$\begin{aligned} \left(\text{rot}_{ik} \text{rot}_{kl} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\delta_{il} \right) D_{lj}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ = -4\pi\hbar\mu(\omega)\delta_{ij}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

Решение уравнения (B1) принципиально не отличается от решения уравнений (30), (31). Воспользуемся аналогией с уравнением для электрического поля, создаваемого точечным диполем $d_i(\omega)$, локализованным в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$,

$$\begin{aligned} \left(\text{rot rot} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega)\mu(\omega) \right) \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) \\ = 4\pi\mu(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{d}(\omega). \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

Из сравнения (B1) и (B2) следует, что запаздывающая функция Грина эквивалентна электрическому полю точечного диполя с величиной дипольного момента

$$d_i(\omega) = \left(-\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \right) \delta_{ij}. \quad (\text{B3})$$

Поэтому, учитывая (34)–(36) и (B1)–(B3), непосредственно получаем все компоненты „ренормализованной“ функции Грина $D_{ij}(\omega\mathbf{k}; z, z')$ в вакуумной области ($z, z' \geq 0$)

$$D_{xx} = -\Phi(z, z') [k_x^2(1 - \xi^2)\Delta_e(\omega) + (\xi k_y)^2\Delta_m(\omega)], \quad (\text{B4})$$

$$D_{yy} = -\Phi(z, z') [k_y^2(1 - \xi^2)\Delta_e(\omega) + (\xi k_x)^2\Delta_m(\omega)], \quad (\text{B5})$$

$$D_{zz} = -\Phi(z, z') k^2 \Delta_e(\omega), \quad (\text{B6})$$

$$\begin{aligned} D_{xy} = D_{yx} = -\Phi(z, z') k_x k_y \\ \times [(1 - \xi^2)\Delta_e(\omega) - \xi^2\Delta_m(\omega)], \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

$$D_{zx} = -D_{xz} = -\Phi(z, z') i k_x q_0 \Delta_e(\omega), \quad (\text{B8})$$

$$D_{zy} = -D_{yz} = -\Phi(z, z') i k_y q_0 \Delta_e(\omega), \quad (\text{B9})$$

$$\Phi(z, z') = \frac{2\pi\hbar c^2}{q_0\omega^2} \exp(-q_0(z + z')), \quad \xi = \omega/c k.$$

Список литературы

- [1] Е.М. Лифшиц. *ЖЭТФ* **29**, 94 (1955).
- [2] Ю.С. Бараш. Силы Ван-дер-Ваальса. Наука, М. (1988).
- [3] И.Е. Дзялошинский, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *УФН* **73**, 381 (1961).
- [4] H.B.G. Casimir. *Proc. K. Ned. Acad. Wet.* **51**, 793 (1948).
- [5] V.M. Mostepanenko, N.N. Trunov. *The Casimir effect and its applications*. Clarendon Press, Oxford (1997).
- [6] M. Kardar, R. Golestanian. *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1233 (1999).
- [7] W.L. Schaich, J. Harris. *Phys. F: Metal. Phys.* **11**, 65 (1981).
- [8] L.S. Levitov. *Europhys. Lett.* **8**, 488 (1989).
- [9] В.Г. Полевой. *ЖЭТФ* **98**, 1990 (1990).
- [10] V.E. Mkrtchian. *Phys. Lett.* **207**, 299 (1995).
- [11] J.B. Pendry. *J. Phys.: Cond. Matter* **9**, 10 301 (1997).
- [12] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. *J. Phys.: Cond. Matter.* **11**, 345 (1999).
- [13] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. *Phys. Rev. B* **65**, 115 419 (2002).
- [14] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *ФТТ* **44**, 10, 1729 (2002).
- [15] D. Polder, M.A. Van Hove. *Phys. Rev. B* **4**, 3303 (1971).
- [16] М.Л. Левин, В.Г. Полевой, С.М. Рытов. *ЖЭТФ* **79**, 2087 (1980).
- [17] J.B. Pendry. *J. Phys.: Cond. Matter.* **11**, 6621 (1999).
- [18] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. *Phys. Rev. B* **63**, 205 404 (2001).
- [19] A.A. Kyasov, G.V. Dedkov. *Phys. Low-Dim. Struct.* **5/6**, 58 (2002).
- [20] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **29**, 1, 36 (2003).
- [21] A.A. Kyasov, G.V. Dedkov. *Nucl. Instr. Meth.* **195**, 247 (2002).
- [22] I.A. Dorofeyev, H. Fuchs, B. Gotsmann. *J. Jersch. Phys. Rev. B* **64**, 35 403 (2001).
- [23] В. Паули. *Теория относительности*. Наука, М. (1983).
- [24] В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин. *Сборник задач по классической электродинамике*. Наука, М. (1970).
- [25] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. *Phys. Lett. A* **259**, 38 (1999); *Письма в ЖТФ* **25**, 12 10 (1999).
- [26] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **28**, 8, 79 (2002).
- [27] A.A. Kyasov, G.V. Dedkov. *Surface Sci* **463**, 11 (2000).
- [28] M.S. Tomassone, A. Widom. *Phys. Rev. B* **56**, 493 (1997).
- [29] М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. *Теория волн*. Наука, М. (1982).
- [30] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика. Ч. 1*. Наука, М. (1976).
- [31] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Статистическая физика. Ч. 2*. Наука, М. (1978).
- [32] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. *Письма в ЖТФ* **28**, 23, 50 (2002).
- [33] M.V. Smirnov, V.P. Krainov. *Laser Phys.* **9**, 943 (1999).